



EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Programa de estudios
del recurso sociocognitivo Pensamiento Matemático

Temas Selectos

de matemáticas I

Leticia Ramírez Amaya
Secretaria de Educación Pública

Carlos Ramírez Sámano
Subsecretario de Educación Media Superior

Silvia Aguilar Martínez
Coordinadora Sectorial de Fortalecimiento Académico



EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Primera edición, 2024.

Subsecretaría de Educación Media Superior
30531-0004-23FE
Av. Universidad 1200, Col. Xoco. Benito Juárez,
C.P. 03330, Ciudad de México (CDMX).
Distribución gratuita. Prohibida su venta

Índice

Introducción.....	4
Aprendizajes de trayectoria y metas de aprendizaje	7
¿Cómo leer las progresiones de Temas selectos de matemáticas?.....	10
Progresiones de aprendizaje de Temas Selectos de Matemáticas I.....	11
Transversalidad con otras Áreas del Conocimiento y Recursos Sociocognitivos y Socioemocionales	17
Orientaciones pedagógicas.....	19
Recomendaciones para el trabajo en el aula y en la escuela	23
Evaluación formativa del aprendizaje.....	24
Recursos didácticos	25
Bibliografía	26

**Marco Curricular Común de la Educación Media Superior (MCCEMS)
Bachillerato con carrera técnica
Currículum Fundamental Extendido Obligatorio**

Programa de estudios de Temas Selectos de Matemáticas I: Pensamiento matemático, ciencia y tecnología del siglo XXI (Innovación)

SEMESTRE	Cuarto	
CRÉDITOS	8 créditos	
COMPONENTE	Componente de Formación Fundamental Extendido Obligatorio	
HORAS	SEMESTRALES	SEMANALES
MEDIACIÓN DOCENTE	64 horas	4 horas

Introducción

La finalidad de la Educación Media Superior es formar personas capaces de reflexionar sobre su vida para conducirla en el presente y en el futuro con bienestar y satisfacción, con sentido de pertenencia social, conscientes de los problemas de la humanidad, dispuestos a participar de manera responsable y decidida en los procesos de democracia participativa, comprometidos con las mejoras o soluciones de las situaciones o problemáticas que existan y que desarrollen la capacidad de aprender a aprender en el trayecto de su vida. En suma, que sean adolescentes, jóvenes y personas adultas capaces de erigirse como agentes de su propia transformación y de la sociedad, y que con ello fomenten una cultura de paz y de respeto hacia la diversidad social, sexual, política y étnica, siendo solidarios y empáticos con las personas y grupos con quienes conviven.

Para ello es preciso contar con un Marco Curricular Común de la Educación Media Superior (MCCEMS), centrado en el desarrollo integral de las y los adolescentes y jóvenes, diseñado y puesto en práctica desde la inclusión, participación, colaboración, escucha y construcción colectiva, que responda y atienda los mandatos de la reforma al Artículo 3o. Constitucional, la Ley General de Educación y los principios de la Nueva Escuela Mexicana. En el que se haga explícito el papel de las y los docentes como diseñadores didácticos, innovadores

educativos y agentes de transformación social con autonomía didáctica¹, trascendiendo su papel de operadores de planes y programas de estudio.

El MCCEMS concibe al Recurso Sociocognitivo de Pensamiento Matemático de manera amplia, incluyendo la ejecución procedimental de algoritmos, la interpretación de sus resultados, y abarcando procesos intuitivos y formales como la observación, el acto de conjeturar y la argumentación, así como también la solución de problemas, la modelación de la realidad y la comunicación en contextos matemáticos.

En el MCCEMS se abordan el Pensamiento Matemático y Temas Selectos de Matemáticas con Unidades de Aprendizaje Curricular (UAC) que, en apego al Acuerdo Secretarial número 09/08/23 y el Acuerdo Secretarial número 09/05/24, se definen como un conjunto de aprendizajes que integran una unidad completa que tiene valor curricular porque ha sido objeto de un proceso de evaluación, acreditación y/o certificación para la asignación de créditos. Estas UAC pueden ser cursos, asignaturas, materias, módulos u otros que representen aprendizajes susceptibles de ser reconocidos por su valor curricular. Cada UAC enmarca los contenidos y habilidades que darán cumplimiento a la formación de las y los estudiantes de EMS y serán desarrollados a través de las progresiones de aprendizaje.

El Acuerdo 09/05/24 modifica el diverso número 09/08/23, y actualiza el MCCEMS para fortalecer la impartición del currículo ampliado a través del desarrollo de la formación socioemocional de manera transversal en el componente de formación fundamental extendida y de formación laboral a partir de las unidades de aprendizaje (UA) o unidades de aprendizaje curricular (UAC).

Temas Selectos de Matemáticas se encuentra integrado por tres UAC, a desarrollarse en tres semestres (ver tabla 1).

Tabla 1. Unidades de Aprendizaje Curricular por semestre, horas y créditos

Unidades de Aprendizaje Curricular	Semestre	Horas semanales			Horas semestrales			Créditos
		MD	EI	Total	MD	EI	Total	
TSM I	Cuarto	4	1	5	64	16	80	8
TSM II	Quinto	5	1.25	6.25	80	20	100	10
TSM III	Sexto	5	1.25	6.25	80	20	100	10

¹ La autonomía didáctica es la facultad de las y los docentes para decidir, con base en un contexto, las estrategias pedagógicas y didácticas que utilizarán para lograr las metas de aprendizaje establecidas en las progresiones de aprendizaje (SEP, 2022).

Los tres semestres de Temas Selectos de Matemáticas han sido diseñados considerando la trayectoria académica de las y los estudiantes, contemplando conocimientos y saberes relativos al pensamiento estadístico y probabilístico, al pensamiento aritmético, algebraico y geométrico, así como también al pensamiento variacional.

Se continua en estas UAC con la descripción del Pensamiento Matemático a través de las mismas categorías con las que se ha descrito en los primeros tres semestres, pues el tipo de pensamiento que buscamos desarrollar en el estudiantado es el mismo, aunque se profundiza en el alcance de los aprendizajes de trayectoria de cada categoría. Las progresiones de aprendizaje de Temas selectos de matemáticas tienen una orientación hacia la formación humana así como también propedéutica para el ingreso a Educación Superior y/o para la inserción al mundo laboral.

La realidad nos demanda una visión y forma de trabajo transversal desde la cual mirar los grandes problemas y retos del presente y del futuro. En Temas selectos de matemáticas I se adopta esta filosofía de trabajo con una UAC que observa grandes problemáticas desde diferentes perspectivas. “Temas selectos de matemáticas I: Pensamiento matemático, ciencias y tecnología del siglo XXI (innovación)” da una panorámica a los desarrollos más recientes y en actual evolución de la ciencia y la tecnología, y muestra cómo el pensamiento matemático y la matemática pueden operar a favor de ensayar respuestas a grandes problemas y cómo promueven el acelerado desarrollo tecnológico por el cual atravesamos. Es un curso que tiene puesta la mirada en el futuro, en él se abordan temas frontera adecuándolos al bachillerato: fractalidad, complejidad, inteligencia artificial, computación cuántica, entre otros.

Se busca informar a las y los estudiantes de las áreas en las que podría participar al continuar con sus estudios profesionales o técnicos. Empleando una analogía, se trata de llevar al estudiantado a que observe el poder de la matemática como quien asiste a un gran concierto, sin que luego se le pida que toque como el primer violín, pero pidiéndole que con una flauta dulce ensaye sus primeras notas que, de continuar cultivando, lo llevarán a ella o a él a la frontera del conocimiento.

El carácter transversal de Temas selectos de matemáticas I nos invita a que como docentes apoyemos a nuestras y nuestros estudiantes a descubrir su talento. Se hará patente que al trabajar problemáticas complejas surge la necesidad de contar con diversas visiones y perspectivas: una mirada desde la matemática, desde la ciencia, desde las artes y las humanidades. Atacar problemáticas complejas nos permite guiar a las y los estudiantes a descubrir sus pasiones y talentos intelectuales, algo que es crucial para su desarrollo tanto humano como profesional durante esta etapa de sus vidas, caracterizada por la toma de decisiones cruciales. Al mostrar una perspectiva actual, Temas Selectos de

Matemáticas I promueve una visión positiva y alentadora sobre lo que es participar de la matemática, la ciencia y el pensamiento matemático.

Aprendizajes de trayectoria y metas de aprendizaje

Los aprendizajes de trayectoria que se desarrollan a lo largo de las UAC responden a las preguntas ¿qué tipo de persona pretendemos formar? y ¿en qué contribuye el área o recurso en la formación integral de las y los jóvenes que cursen este tipo educativo?

Los aprendizajes de trayectoria de Temas Selectos de Matemáticas describen la formación que buscamos ofrecer a las y los estudiantes que cursen por el MCCEMS, la cual pretende aportar herramientas y habilidades, como lo son la capacidad para observar, intuir, conjeturar, argumentar, modelar, entre otras, que les serán de utilidad sin importar el derrotero que sea elegido al terminar el bachillerato.

El perfil de egreso de las y los estudiantes, en Temas Selectos de Matemáticas queda referido en el currículum bajo los siguientes aprendizajes de trayectoria:

1. Aplica procedimientos algorítmicos e interpreta sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal.
2. Observa, intuye, conjetura y argumenta a favor o en contra de afirmaciones matemáticas tanto teóricas como de aplicación en áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos o recursos socioemocionales, para debatir y contrastar ideas con sus pares.
3. Analiza situaciones y problemas, discerniendo las variables de interés para el estudio, así como también llevando a cabo la verificación requerida de las hipótesis para la aplicación de los objetos, métodos y conceptos matemáticos utilizados, con la finalidad de modelar fenómenos o resolver problemas.
4. Describe, interpreta y comunica con claridad ideas, situaciones y fenómenos propios de la matemática, de las ciencias naturales, experimentales, de la tecnología, de las ciencias sociales y de su entorno, empleando un lenguaje matemático riguroso.

Para alcanzar estos aprendizajes de trayectoria se han diseñado las progresiones de aprendizaje de Temas Selectos de Matemáticas, las cuales están articuladas con categorías, subcategorías y metas de aprendizajes. A continuación, se presenta una tabla con dichos elementos.

Temas selectos de matemáticas			
Categorías			
Procedural	Procesos de Intuición y Razonamiento	Solución de problemas y modelación	Interacción y lenguaje matemático
Subcategorías			
Elementos aritmético-algebraicos.	Capacidad para observar y conjeturar	Uso de modelos	Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico
Elementos geométricos	Pensamiento intuitivo	Construcción de Modelos	Negociación de significados
Elementos variacionales	Pensamiento formal	Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios	Ambiente matemático de Comunicación
Manejo de datos e incertidumbre			
Aprendizajes de Trayectoria			
Aplica procedimientos algorítmicos e interpreta sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal.	Observa, intuye, conjetura y argumenta a favor o en contra de afirmaciones matemáticas tanto teóricas como de aplicación en áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos o recursos socioemocionales, para debatir y contrastar ideas con sus pares.	Analiza situaciones y problemas, discerniendo las variables de interés para el estudio, así como también llevando a cabo la verificación requerida de las hipótesis para la aplicación de los objetos, métodos y conceptos matemáticos utilizados, con la finalidad de modelar fenómenos o resolver problemas.	Describe, interpreta y comunica con claridad ideas, situaciones y fenómenos propios de la matemática, de las ciencias naturales, experimentales, de la tecnología, de las ciencias sociales y de su entorno, empleando un lenguaje matemático riguroso.
Metas de Aprendizaje			
C1M1	C2M1	C3M1	C4M1
Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas	Observa y obtiene información de una situación o fenómeno	Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de	Describe situaciones o fenómenos

matemáticos, de las ciencias y de su entorno.	para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.	sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	empleando rigurosamente el lenguaje matemático y el lenguaje natural.
C1M2 Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del pensamiento matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto.	C2M2 Desarrolla la percepción y la intuición para generar conjeturas ante situaciones que requieran explicación o interpretación.	C3M2 Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno.	C4M2 Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.
C1M3 Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.	C2M3 Compara hechos, opiniones o afirmaciones para organizarlos en formas lógicas útiles en la solución de problemas y explicación de situaciones y fenómenos.	C3M3 Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno.	C4M3 Organiza los procedimientos empleados en la solución de un problema a través de argumentos formales para someterlo a debate o evaluación.
	C2M4 Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las	C3M4 Construye y plantea posibles soluciones a problemas de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y	

	ciencias o de su contexto.	de su entorno, empleando técnicas y lenguaje matemático.	
--	----------------------------	--	--

¿Cómo leer las progresiones de Temas selectos de matemáticas?

El elemento curricular principal de la propuesta, aquel en el que confluyen los anteriores son las Progresiones de Aprendizaje, las cuales son una descripción cualitativa en el cambio del nivel de sofisticación del estudiante sobre un concepto clave, proceso, estrategia, práctica o hábito mental. Dicho cambio se puede deber a una variedad de factores como la maduración y la instrucción. (Deane, Sabatini & O Reilly, 2012).

Las progresiones de aprendizaje de Temas selectos de matemáticas trazan un camino por el cual transitar con el estudiantado para adquirir conocimientos, contenidos y, sobre todo, ir desarrollando una forma de pensamiento. En lo que respecta a Pensamiento matemático, la propuesta crucial del MCCEMS consiste en desplazar la atención de la adquisición de contenidos al desarrollo de una forma de pensar matemática.

La manera en la que las progresiones de aprendizaje favorecen el desarrollo de ese tipo de pensamiento es a través de su articulación con las categorías, subcategorías y metas de aprendizaje. Las categorías son una conceptualización que describe al pensamiento matemático y al mismo tiempo orientan el diseño de actividades didácticas: de acuerdo con la categoría establecida en la progresión de aprendizaje se proponen cierto tipo de actividades: cálculos y comprobación de cálculos (procedural); observación, conjeturación, argumentación (procesos de intuición y razonamiento); aplicación de modelos, construcción de modelos, solución de problemas (solución de problemas y modelación); comunicación de ideas matemáticas tanto oral como escrita (Interacción y lenguaje matemático). Las subcategorías del pensamiento matemático describen en extenso a las categorías del pensamiento matemático.

Las metas de aprendizaje son indicadores generales acerca de lo que queremos lograr con nuestros estudiantes y éstas van sumando a los aprendizajes de trayectoria de la UAC de Temas selectos de matemáticas una vez que se articulan con los contenidos específicos de las progresiones correspondientes.

Los contenidos matemáticos no se encuentran ni en categorías ni en subcategorías. Cada progresión de aprendizaje incluye contenido matemático en

su enunciado, pues no se puede apoyar la adquisición del pensamiento matemático sobre un conjunto vacío de contenidos. En el caso de Temas selectos de matemáticas I se establecieron contenidos matemáticos relativos a la fractalidad, el caos y la complejidad, los cuales sirven como plataforma para, por un lado, mostrarle al estudiantado el desarrollo actual de la matemática a través de su participación activa y, por otro lado, ir trabajando con ellas y ellos objetos matemáticos clásicos como lo son los polinomios de una variable con coeficientes reales, funciones reales de variable real, sucesiones, etc.

Al igual que con Pensamiento matemático, la complejidad la van marcando las progresiones de aprendizaje: por ejemplo, un objeto matemático tan fundamental como lo son las funciones reales de variable real se va desarrollando a lo largo de los semestres: en primer semestre únicamente se espera del estudiantado la ubicación en el plano cartesiano de puntos para la descripción intuitiva de la correlación de dos variables cuantitativas (progresión 9), en el segundo semestre se continúa trabajando sobre la relación directamente proporcional e inversamente proporcional entre dos variables (progresión 7) y funciones lineales y cuadráticas (progresión 12); en el tercer semestre prácticamente en todo momento se trabajan con dichos objetos, además de que se introducen funciones trascendentes (progresiones 12 y 13). En cuarto semestre se continúa con la aplicación de funciones tanto lineales como no lineales, incluyendo así mismos aspectos procedurales, en el estudio de dinámica poblacional y la exploración de la conjetura de Collatz (progresión 3).

Todos los elementos curriculares que hemos descrito deben concretarse en la contextualización de la realidad del estudiante.

Progresiones de aprendizaje de Temas Selectos de Matemáticas I

Los elementos del MCCEMS que dan respuesta a las preguntas ¿qué se enseña? Y ¿qué se aprende?, son las progresiones de aprendizaje, las metas, las categorías y las subcategorías.

La diferencia fundamental entre las UAC de los primeros semestres y las UAC de los últimos semestres recae en la orientación y los propósitos: las UAC de los últimos semestres tienen adicionalmente una perspectiva propedéutica. El currículo fundamental extendido favorece una formación integral en la que se desarrolla el pensamiento crítico del estudiantado y se adquieren los contenidos y herramientas necesarios para poder transitar a Educación Superior y/o la incorporación al ámbito laboral. Esta orientación se ve reflejada en el camino didáctico que trazan las progresiones de aprendizaje.

En el programa de Temas Selectos de Pensamiento Matemático I: Pensamiento Matemático, Ciencia y Tecnología del Siglo XXI (Innovación) se abordan 9 progresiones de aprendizaje que a continuación se presentan.

Explora investigaciones recientes en el campo de las ciencias de la complejidad a un nivel divulgativo con la finalidad de observar algunas nociones y aplicaciones de este paradigma. Es posible explorar los trabajos sobre criticalidad en las frecuencias que arrojan los electrocardiogramas, los cuales tienen por objetivo la detección temprana de enfermedades cardiovasculares, con esto se estaría teniendo un primer acercamiento a la fractalidad.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C2M1 Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.	C2. Procesos de intuición y razonamiento	S1. Capacidad para observar y conjeturar.

Observa fenómenos caóticos y no caóticos para distinguir y entender características como la predictibilidad y la sensibilidad a las condiciones iniciales.

Es posible comparar, por ejemplo, el comportamiento de un péndulo simple contra el comportamiento de un péndulo doble y analizar fenómenos físicos estudiados en CNEYT como los cuerpos en caída libre utilizando software (comportamiento no caótico) y fenómenos como la turbulencia o la caída de un cuerpo sobre superficies irregulares

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C2M1 Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.	C2. Procesos de intuición y razonamiento	S1. Capacidad para observar y conjeturar. S2. Pensamiento intuitivo.
C3M2. Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno.	C3. Solución de problemas y modelación	S2. Construcción de modelos.

3

Analiza funciones lineales y no lineales en el contexto de la modelación de fenómenos de interés, como la dinámica de poblaciones, e incorpora las nociones de órbita, periodo y comportamiento caótico. Cuando analiza sistemas dinámicos discretos considera la conjetura de Collatz, para observar que la matemática es una ciencia viva que en ocasiones emplea la computación para generar evidencia a favor de ciertas afirmaciones.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C1M1 Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.	C1. Procedural	S1. Elementos aritmético-algebraicos.
C3M1 Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	C3. Solución de problemas y modelación	S1. Uso de modelos.

4

Cuestiona y discute los problemas de conectividad y tráfico en las ciudades y viajes aeronáuticos a través del uso de conceptos y técnicas básicas de la geometría del taxista y la geometría esférica, respectivamente.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C3M1. Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	C3. Solución de problemas y modelación	S1. Uso de modelos.
C3M4. Construye y plantea posibles soluciones a problemas de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno, empleando técnicas y lenguaje matemático.		S3. Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios.

5

Explora los elementos básicos de la geometría fractal a través de la revisión de ejemplos físicos como el movimiento de una mota de polvo, las formas de las nubes, algunos de los “monstruos matemáticos” (e.g. el polvo de Cantor, el copo de nieve de Koch, curvas que llenan el plano, el conjunto de Julia, el conjunto de Mandelbrot, etc.); además, revisa algunas de las aplicaciones de esta geometría en la industria fílmica y la medicina. Revisará la historia del padre de la geometría fractal, Benoit Mandelbrot, para hacer reflexiones de carácter socioemocional. Si la o el estudiante tiene familiaridad programando es recomendable llevar a cabo un taller para producir fractales con computadora.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C3M1. Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	C3. Solución de problemas y modelación.	S1. Uso de modelos.
C4M2. Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.	C4. Interacción y lenguaje matemático.	S2. Negociación de significados. S3. Ambiente matemático de comunicación.

6

Investiga sobre problemáticas o interrogantes en las que sea fundamental analizar escalas y (auto)similitudes para una mejor comprensión, a través del uso de leyes de potencias, escalas logarítmicas y regresiones lineales.

Algunas de las interrogantes que puede explorar son: ¿Cómo varía el gasto metabólico entre especies de mamíferos de diferente tamaño? ¿Los bebés son adultos a escala? ¿Por qué no existen árboles de cientos de miles de kilómetros de altura? ¿Cómo crecen las ciudades y las empresas?, entre otras.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C1M2. Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del pensamiento matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto.	C1. Procedural.	S4. Manejo de datos e incertidumbre.
C3M4. Construye y plantea posibles soluciones a problemas de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno, empleando técnicas y lenguaje matemático.	C3. Solución de problemas y modelación.	S3. Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios.

7

Construye algoritmos y diagramas de flujo para resolver pequeños problemas como por ejemplo la programación de un apagador de escalera, haciendo uso de elementos mínimos de lógica simbólica. Se revisarán a nivel divulgativo los avances y retos presentes de la computación tales como la ciberseguridad y la computación cuántica, la Inteligencia Artificial o el problema del millón de dólares sobre los problemas de decisión NP-completos.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C1M3. Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.	C1. Procedural.	S1. Elementos aritmético-algebraicos.
C3M4. Construye y plantea posibles soluciones a problemas de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno, empleando técnicas y lenguaje matemático.	C3. Solución de problemas y modelación.	S3. Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios.

8

Explora los avances y los retos de la genómica, la ingeniería genética, la biología sintética y el medio ambiente desde la perspectiva de la complejidad para preguntarse y reflexionar por los orígenes de la humanidad, la vida y los posibles avances tecnológicos que nos permitirían tener una mejor calidad de vida.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C2M3. Compara hechos, opiniones o afirmaciones para organizarlos en formas lógicas útiles en la solución de problemas y explicación de situaciones y fenómenos.	C2. Procesos de intuición y razonamiento.	S2. Pensamiento intuitivo. S3. Pensamiento formal.

Elabora un proyecto que involucre las ideas de complejidad para proponer alternativas, análisis o reflexiones que busquen abonar ideas a la solución de un problema de interés

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C3M4. Construye y plantea posibles soluciones a problemas de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno, empleando técnicas y lenguaje matemático.	C3. Solución de problemas y modelación.	S3. Estrategias heurísticas y ejecución de procedimiento no rutinarios.
C4M3. Organiza los procedimientos empleados en la solución de un problema a través de argumentos formales para someterlo a debate o evaluación.	C4. Interacción y lenguaje matemático.	S1. Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico. S2. Negociación de significados. S3. Ambiente matemático de comunicación.

Transversalidad con otras Áreas del Conocimiento y Recursos Sociocognitivos y Socioemocionales

Cuando se plantea la interrogante ¿cómo se relacionan los conocimientos y experiencias provistos por la UAC con las áreas y los recursos del MCCEMS, la respuesta se encuentra en la transversalidad como la estrategia curricular para acceder a los Recursos Sociocognitivos, las Áreas de Conocimiento y los Recursos Socioemocionales, de tal manera *que integra* los conocimientos de forma significativa y con ello dar un nuevo sentido a la acción pedagógica de las y los docentes. Con el planteamiento de la transversalidad, apoyado por la multidisciplinariedad, interdisciplinariedad y transdisciplinariedad, se logra uno de los propósitos del MCCEMS: un currículum integrado, para alcanzar una mayor y mejor comprensión de la complejidad del entorno natural y social.

Para profundizar sobre el tema de transversalidad, se sugiere revisar el documento de transversalidad en el siguiente enlace: <https://tinyurl.com/2kjlfhmv>

Una manera de desarrollar la transversalidad en el aula es la elaboración de proyectos innovadores e integradores, de tal forma que se pueda comprender, afrontar y dar solución de forma global a la problemática planteada, empleando los contenidos que proveen las categorías y subcategorías involucradas en la trayectoria de aprendizaje. En el caso de Pensamiento Matemático es posible lograr esta transversalidad, en la siguiente tabla se muestran algunas posibilidades que pueden ser analizadas, modificadas y complementadas por las y los docentes.

Currículum	Área o Recurso	Integración con Pensamiento Matemático
Currículum Fundamental Recurso Sociocognitivo	Lengua y Comunicación e Inglés	En Lengua y Comunicación y en Inglés el estudiantado ha desarrollado una serie de habilidades que puede poner en práctica en Temas selectos de matemáticas I al elaborar investigaciones sobre el desarrollo científico, tecnológico y matemático actual, por ejemplo determinando fuentes confiables, estableciendo las ideas principales de textos divulgativos científicos, etc.
	Conciencia Histórica	A lo largo de las progresiones de Temas selectos de matemáticas I se explora el caos; uno de los aspectos que se analizan, y que resulta relevante para la Conciencia histórica es la sensibilidad a las condiciones iniciales (se puede observar muchas veces en algunos detonantes históricos). Si bien la Conciencia histórica hace uso de métodos críticos y científicos, lo que nos enseña la teoría del caos es que por más que se analice la realidad social no se podrá tener control total sobre el fenómeno en cuestión, tal y como lo enseña la historia.
	Cultura Digital	En sus primeros semestres el estudiantado ha desarrollado en Cultura Digital algunos elementos relacionados con el pensamiento algoritmo. En Temas selectos de matemáticas I existen progresiones que vinculan a la matemática con este tipo de pensamiento al explorar conjeturas a través del uso de la computadora y al proponer el diseño de programas sencillos empleando elementos de la lógica simbólica.
Currículum Fundamental Áreas de Conocimiento	Ciencias Naturales, Experimentales y Tecnología	Temas selectos de matemáticas I cuenta con progresiones que vinculan al pensamiento matemático tanto con la biología como con la química. Por poner tan solo un ejemplo, existen estudios que pudieran considerarse en esta UAC acerca de cómo la electrodeposición electroquímica puede producir agregados fractales. (Talanquer, 1996).
	Ciencias Sociales	Una de las aplicaciones más importantes de la fractalidad y el caos es el análisis de fenómenos sociales. Por ejemplo, cuando se estudia la forma en que evoluciona una población se pueden emplear modelos matemáticos como el logístico, determinado por la expresión: $x_{n+1} = ax_n(1 - x_n)$ Donde x_n es la población en el periodo n-ésimo y a es parámetro dado por un real positivo. Cuando $a = 4$ se presentan elementos caóticos en la dinámica poblacional. Es recomendable hacer la crítica sobre la complejidad de las variables que intervienen en el crecimiento poblacional y cómo el modelo anterior no captura dicha diversidad.
	Humanidades	Temas selectos de matemáticas I cuenta con progresiones que cuestionan sobre el origen de la vida desde la complejidad. Es posible vincular el estudio de ello desde una perspectiva humanista que complementa el estudio desde la perspectiva científica.
Currículum Ampliado Recursos Socioemocionales	Bienestar Emocional Afectivo	A lo largo de todas las progresiones de Temas selectos de matemáticas I se plantean problemas matemáticos, los cuales al ser trabajados por el estudiantado pueden llegar a generar lo que en la bibliografía especializada se conoce como <i>ansiedad matemática</i> (Ahmed, 2018). Es importante que al guiar las actividades las y los docentes brindemos herramientas socioemocionales para enfrentar dicha ansiedad.
	Responsabilidad Social	La conectividad es uno de los grandes problemas que aqueja a nuestras comunidades hoy en día. Algunas progresiones de Temas selectos de matemáticas pueden ser empleadas para analizarla desde la perspectiva geométrica (no necesariamente euclidiana).

Cuidado Físico Corporal

El análisis fractal revela la complejidad que reina en el cuerpo humano: el cerebro y los pulmones encierran estructura fractales cuyo estudio puede sumar a la búsqueda que se hace desde la perspectiva socioemocional por su cuidado.

Ámbitos de la Formación Socioemocional

Recursos socioemocionales: *responsabilidad social, *cuidado físico corporal y *bienestar emocional y afectivo

Ámbito de la formación socioemocional	Categorías
Práctica y colaboración ciudadana	<ul style="list-style-type: none">• Participación ciudadana y cultura democrática• Seguridad y Educación para la Paz• Perspectiva de género• Conservación y cuidado del medio ambiente
Educación para la salud	<ul style="list-style-type: none">• Vida saludable• Salud y sociedad• Alimentación saludable• Factores de riesgo y de protección que impactan su salud• Relaciones interpersonales
Actividades físicas y deportivas	<ul style="list-style-type: none">• El deporte: un derecho humano para todas y todos• El deporte y las emociones• El deporte, la discriminación de género y la violencia• Hacia la igualdad e inclusión en el deporte
Educación integral en sexualidad y género	<ul style="list-style-type: none">• Las personas tienen derechos sexuales• Factores de sexualidad: libertad de conciencia, placer y autonomía del cuerpo• Equidad, inclusión y no violencia con perspectiva de género• Salud sexual y reproductiva• Ciudadanía sexual
Actividades culturales artísticas y culturales	<ul style="list-style-type: none">• El arte como necesidad humana• El arte para el autodescubrimiento y la autonomía• El arte como aproximación a la realidad

Orientaciones pedagógicas

En el MCCEMS, tanto el Pensamiento matemático como Temas selectos de matemáticas parten de una perspectiva constructivista que atiende tanto lo cognitivo, como lo social, así como también lo emocional. Se adopta la perspectiva del constructivismo social (Simon, 1995) y con ello superar las inversiones anti-didácticas tan comunes en el ámbito de la educación matemática. (Freudenthal, 1999)

Orientaciones didácticas

A continuación presentaremos a través de un ejemplo algunos elementos relevantes en el proceso de diseño de clases adecuadas a las progresiones de aprendizaje de Temas selectos de matemáticas I. Se plantean tres aspectos: la identificación de la progresión, en el que se analiza cómo se articulan los contenidos de la progresión con las categorías, subcategorías y metas de aprendizaje; el diseño de actividades respondiendo a la articulación previamente identificada; y la evaluación formativa.

Identificación de la progresión

La planificación de actividades en Temas selectos de matemáticas se hace a través de las progresiones de aprendizaje. En esta sección revisaremos un ejemplo. Consideremos la progresión 3.

3

Analiza funciones lineales y no lineales en el contexto de la modelación de fenómenos de interés, como la dinámica de poblaciones, e incorpora las nociones de órbita, periodo y comportamiento caótico. Cuando analiza sistemas dinámicos discretos considera la conjetura de Collatz, para observar que la matemática es una ciencia viva que en ocasiones emplea la computación para generar evidencia a favor de ciertas afirmaciones.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C1M1 Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.	C1. Procedural	S1. Elementos aritmético-algebraicos.
C3M1 Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	C3. Solución de problemas y modelación	S1. Uso de modelos.

Toda progresión cuenta con contenido matemático; en el caso de la progresión 3 de TSMI se identifican los siguientes contenidos con los cuales se puede trabajar en el desarrollo de pensamiento matemático:

- Funciones lineales y no lineales
- Órbita y periodo
- Caos
- Sistemas dinámicos discretos
- Conjetura de Collatz

Las progresiones de aprendizaje no son únicamente contenidos sino que detallan cómo articularlos y a qué categorías vincularlos. En el caso que analizamos, comenzamos en un contexto de modelación de fenómenos de interés, en este caso dinámica de poblaciones. Se trabajarán las metas, categorías

y subcategorías indicadas. Además, es importante tener en mente qué progresiones se han revisado y cuáles siguen.

Diseño de actividades

Se trabaja en 3 sesiones de una hora las siguientes actividades, que atienden las categorías, subcategorías y metas de aprendizajes indicadas en la progresión 3. En el siguiente diseño se supone que el estudiantado se encuentra en una zona urbana, dependiendo del contexto se diseñan actividades distintas.

Sesión 1: presentación del problema

Comenzamos la sesión planteando interrogantes acerca del crecimiento de las ciudades y el número de sus habitantes. Escuchamos las experiencias del estudiantado, orientando la discusión al reconocimiento de la plétora de variables involucradas en este fenómeno social. En la segunda mitad de la sesión se propone analizar el crecimiento de una bacteria, pues parece que en este fenómeno natural intervienen menos variables (¿cuáles?) Se lleva a que el estudiantado deduzca la fórmula de crecimiento exponencial (recuérdese que en la progresión 12 de Pensamiento Matemático 3 las y los estudiantes habrán trabajado con funciones exponenciales).

Antes de finalizar la primera sesión, el o la docente establece el problema de la limitación de recursos y cómo la constricción de recursos provoca que no podamos establecer el modelo de crecimiento exponencial para analizar el crecimiento de habitantes en una ciudad.

Como estudio independiente se pide al estudiantado pensar, sin revisar fuentes, en otra función que pudiera modelar el crecimiento poblacional tomando en cuenta la limitación de recursos, se pide que se argumente la respuesta.

Sesión 2: análisis y exploración

En la siguiente sesión se pide primeramente que muestren los resultados de sus investigaciones. En caso de que no se llevara a cabo ninguna investigación, se hace la reflexión sobre la importancia que tiene en su formación la autodisciplina.

Después de que en *Asamblea matemática* se discutan los resultados a los que llegaron el docente explica y propone emprender el análisis y exploración del *modelo de Verhulst*, dado por la expresión

$$x_{n+1} = ax_n(1 - x_n)$$

Donde x_n representa la población en el periodo n y a es un parámetro dado por un número real positivo tomado en el intervalo $(0,4]$.

Después de explicar el modelo, se solicita a los estudiantes explorar (puede emplearse medios tecnológicos) qué ocurriría con valores iniciales distintos para

el caso en que $a \in \{1, \frac{1}{2}, 3.75, 4\}$, llevando a que en los distintos casos observe la presencia de comportamientos caóticos ($a = 4$) y no caóticos.

Se cierra la sesión formalizando los conceptos de órbita y periodo.

Sesión 3: Un problema abierto

El docente plantea el problema de la conjetura de Collatz y deja al estudiantado investigar su veracidad, advirtiéndole que, de resolver la conjetura, existen empresas e institutos que te darían un premio que te haría inmediatamente millonario.

De contar con medios electrónicos, se sugiere que se empleen estos para hacer el análisis con distintos números.

Evaluación formativa

La evaluación formativa se lleva a cabo continuamente. El estudio independiente sugerido al finalizar la sesión 1 no pretende contar con una calificación ni ser punitivo, sino servir como una invitación a pensar con libertad a través de la modelación. Es probable que muchos estudiantes no lleven a cabo esta actividad de forma independiente, en dicho caso se debe de realizar una reflexión sobre la importancia del esfuerzo y la autodisciplina en la formación y para el logro de las metas que como individuos nos ponemos.

Al revisar los resultados de las investigaciones de la actividad del estudio independiente en Asamblea matemática, se debe poner atención a los siguientes rubros:

- Modelación: se establece una conexión entre la función propuesta y el fenómeno de dinámica poblacional que responda a las limitaciones de recursos.
- Argumentación: se expresan argumentos de forma coherente (aunque no necesariamente correctos) sobre lo adecuado del modelo.
- Procedural: se acompaña el trabajo de una ejemplificación del uso del modelo, en la que las cuentas empleadas son correctas.

A partir de los rubros anteriores se puede generar un instrumento de evaluación si es necesario.

Al finalizar la sesión 2 se puede solicitar como trabajo que se determinen las órbitas y periodos de algunos naturales en la función de Collatz para evaluar tanto la parte conceptual como procedimental, al mismo tiempo, se puede solicitar un breve párrafo en el que el o la estudiante argumente a favor o en contra de la veracidad de la conjetura de Collatz (evaluando con ello incluso la categoría de procesos de intuición y razonamiento).

Recomendaciones para el trabajo en el aula y en la escuela

El abordaje de los contenidos de las progresiones de aprendizaje, que da respuesta a la pregunta ¿cómo se enseña?, se realizará a través de la implementación de estrategias didácticas activas y un programa de trabajo, aula, escuela y comunidad, el cual es un elemento clave para el logro de los planteamientos educativos del MCCEMS.

Se plantea una transición a estrategias didácticas activas, con un enfoque constructivista, en las cuales las y los estudiantes se encuentran en el centro del proceso de aprendizaje, tales como las basadas en: el enfoque por descubrimiento, la indagación, los proyectos, el aprendizaje cooperativo, los retos, el flipped classroom (conocido como aula invertida), entre otras. Las y los docentes en academia proponen las estrategias didácticas, herramientas, materiales o recursos didácticos que deseen utilizar para el logro de los aprendizajes.

La investigación de las ciencias del aprendizaje muestra que los conceptos que se enseñan de forma aislada son difíciles de utilizar por parte de las y los estudiantes para dar sentido a su vida cotidiana en la realidad social. Para resolver esta fragmentación, se propone un abordaje del Pensamiento Matemático en el que se vaya construyendo con el estudiante la necesidad de cada concepto para solo luego plantear su formalización.

Tradicionalmente se ha confundido la presentación lógico-deductiva de la matemática, que es la presentación por excelencia con la que se comunican los resultados entre investigadores e investigadoras, con su presentación didáctica. De hecho, la formalización deductiva solo tiene lugar después de que se ha llegado, a través de métodos heurísticos a los resultados, como decía el matemático Felix Klein:

“El investigador en matemáticas como en cualquier otra ciencia, no trabaja con un modelo deductivo riguroso. Por el contrario, esencialmente hace uso de su imaginación, y procede intuitivamente ayudado por métodos heurísticos [...] sin el descubrimiento no sería posible la conclusión”.

Parte de la apuesta didáctica de esta propuesta es precisamente trabajar el desarrollo de dicha intuición en nuestros estudiantes. Tender a no poner sobre la mesa un método prefabricado, un camino ya trazado para que el estudiantado transite por él, sino más bien, guiarlo para trazar dicho camino y formalizar esa construcción.

En Temas Selectos de Pensamiento Matemático I se recomienda llevar al estudiantado a experimentar e indagar acerca de los conceptos e ideas matemáticos y científicos que se contemplan en las progresiones de aprendizaje, de forma tal que parte del aprendizaje suceda fuera del aula observando y calibrando variables, determinando patrones y construyendo ideas que serán formalizadas posteriormente en el salón de clases.

Evaluación formativa del aprendizaje

Ante la pregunta ¿cómo se evalúa?, se reconoce que la evaluación es un proceso mediante el cual la comunidad docente reúne información acerca de lo que sus estudiantes saben, interpretan y pueden hacer; a partir de ello comparan esta información con las metas formales de aprendizaje para brindar a sus estudiantes sugerencias acerca de cómo pueden mejorar su desempeño. Este proceso se lleva a cabo con el propósito de mejorar la enseñanza y el aprendizaje durante el desarrollo de la situación didáctica. La práctica de la evaluación en el aula es formativa en la medida en que la evidencia sobre los logros de las y los estudiantes se interpreta y usa por el profesorado, los estudiantes o sus compañeros, para tomar decisiones sobre las actividades a realizar en futuras sesiones, a fin de que las y los estudiantes aprenden mejor, con base en las evidencias que se obtuvieron.

La evaluación debe ser formativa para tener la cualidad de ser utilizada como una estrategia de mejora continua. Este tipo de evaluación es constante, ofrece la posibilidad de detectar el progreso o dificultad en el proceso de enseñanza y aprendizaje del estudiantado, permite visualizar el avance que se ha logrado y los objetivos por alcanzar. Para que tenga lugar la evaluación formativa se propone la utilización de la auto y coevaluación.

Las categorías del Pensamiento Matemático también orientan la evaluación formativa, pues es necesario no solamente evaluar lo procedural sino también el desarrollo de nuestros estudiantes en las demás categorías. Siempre es pertinente estar muy conscientes de la diferencia entre acreditación y evaluación.

Retroalimentar es ofrecer información precisa sobre los aspectos a mejorar en los aprendizajes de las y los estudiantes, así como sugerencias para lograrlo. En el MCCEMS se plantea que la evaluación vaya más allá de corregir e identificar errores para finalmente asignar una calificación; por el contrario, se invita a generar una cultura donde se construya el sentido del aprendizaje a través de la retroalimentación formativa. Algunas de sus características son:

- a) Favorece los procesos de pensamiento y comportamiento de las y los estudiantes.

- b) Incide en la motivación de los aprendizajes, ya que impacta en la autoestima de las y los estudiantes.
- c) Da orden a las evidencias de aprendizaje.
- d) Favorece la reflexión para la mejora del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Se recomienda diversificar las estrategias de evaluación formativa y de retroalimentación, considerando las diferentes formas de aprendizaje de los alumnos. Estas estrategias contribuirán a tomar decisiones sobre cómo reorientar las actividades de enseñanza para ayudar al estudiantado a mejorar su desempeño.

Más que evaluar de forma punitiva un resultado, estamos evaluando un proceso, una forma de pensar y siempre acompañamos esta evaluación de una retroalimentación.

Recursos didácticos

Se sugiere el uso de simuladores, applets, programas de geometría dinámica, no sin olvidar que el uso de esta tecnología puede remplazarse cuando sea necesario con materiales más convencionales. Es recomendable hacer uso de lenguajes de programación para recrear algunos fractales simples o procesos recursivos que sirvan para entender aspectos fundamentales de sistemas complejos.

Se recomienda, siempre que sea posible, emplear la computadora para explorar patrones y apoyar la conjetura, sobre todo en las progresiones que tratan acerca de complejidad, fractalidad y computo.

Se recomienda altamente el revisar el Museo Virtual de Matemáticas (<https://mumat.matcuer.unam.mx/>), en especial las salas referentes a caos y fractales.

En el abordaje de las progresiones de la unidad de aprendizaje, es importante recordar que los ambientes de aprendizaje pueden ser variados:

- a) Aula: virtual o física.
- b) Escuela: laboratorio, taller u otro.
- c) Comunidad: casa, localidad o región.

Bibliografía

- Ahmed, W. (2018). Developmental trajectories of math anxiety during adolescence: Associations with STEM career choice. *Journal of adolescence*, 67, 158-166.
- Biehler, R. (Ed.). (1994). *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*. Kluwer Academic Publishers.
- Braun, E. (1996). *Caos, fractales y cosas raras*. Ciudad de México: Fondo de Cultura Económica.
- Chance, B., & Rossman, A. (2006). Using simulation to teach and learn statistics. *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*, 1-16.
- Clements, D. H., & Samara, J. (2011). Learning Trajectories in Mathematics Education. (Science, Ed.) *Early childhood mathematics intervention*(333(6045)), 968-970. doi:https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0602_1
- Cobb, P., & Bauersfeld, H. (2012). The Coordination of Psychological and Sociological Perspectives in Mathematics Education. En *The emergence of mathematical meaning* (págs. 11-26). Routledge.
- Dallas, H., & Mumford, D. (s.f.). What Mathematics Serves the Majority of 21st Century American Students. Obtenido de <https://www.dam.brown.edu/people/mumford/beyond/papers/CurtisArticleRev10-6.pdf>
- Deane, P., Sabatini, J., & O'Reilly, T. (2012). The CBAL English language arts (ELA) competency model and provisional learning progressions. Obtenido de <http://elap.cbalwiki.ets.org/Outline+of+Provisional+Learning+Progressions>
- Díaz Barriga, A. (s.f.). *Triángulo de Napoleón y cuadrados pitagóricos*. Obtenido de <https://drive.google.com/file/d/1GvDtXkvaRjIQCKe3VmIBR189eEyDrxie/view?usp=sharing>
- Díaz-Bariga, Á. (2023). ¿Calificar o evaluar? Dos procesos que se confunden y pervierten en el acto educativo. *Revista iberoamericana de Educación Superior*, 98-115. doi:<https://doi.org/10.22201/iissue.20072872e.2023.40.1547>
- Díaz-Barriga, Á. (2013). *Un enfoque de competencias en la Educación ¿Una alternativa o un disfraz de cambio?* México: Perfiles Educativos. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/132/13211102.pdf>
- Díaz-Barriga, F. (2006). *Enseñanza situada: vínculo entre la escuela y la vida*. Ed. McGraw Hill.

- DOF. (2024). *ACUERDO Número 09/05/24 que modifica el diverso número 09/08/23 por el que se establece y regula el Marco Curricular Común de la Educación Media Superior.*
- DOF-SEP. (2023). *ACUERDO Número 09/08/23 por el que se establece y regula el Marco Curricular Común de la Educación Media Superior.* Obtenido de https://dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5699835&fecha=25/08/2023#gsc.tab=0
- Drake, S., & Burns, R. (2004). *Meeting standards through integrated curriculum.*
- Eronen, L., Kokko, S., & Sormunen, K. (2019). Escaping the subject-based class: A Finnish case study of developing transversal competencies in a transdisciplinary course. *The Curriculum Journal*, 264-278.
- Eronen, L., Kokko, S., & Sormunen, K. (2019). Escaping the subject-based class: A Finnish case study of developing transversal competencies in a transdisciplinary course. *The Curriculum Journal*, 30(3), 264-278.
- Fischbein, E. (2002). *Intuition in Science and Mathematics: An Educational Approach.* USA: Kluwer Academic Publishers.
- Fontanelli, O., Miramontes, P., & Mansilla, R. (2020). Distribuciones de probabilidad en las ciencias de la complejidad: una perspectiva contemporánea. *Inter disciplina* , 8, 11-37. Obtenido de https://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S2448-57052020000300011&script=sci_abstract
- Fortus D. & Karjick, J. (2011). Curriculum Coherence and Learning. En *Second International Handbook of Science Education* (Vol. 1, págs. 783-798). Springer.
- Freudenthal, H. (1999). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures.* Kluwer Academic Publishers.
- Godino, J. D., Batanero, C., Font, V., & Giacomone, B. (s.f.). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo OCCDM. Obtenido de http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/Godino_2016_Modelo_CCDM_SEIEM_M%C3%A1laga.pdf
- Godino, J. D., Bernabeu, M. d., & Castellanos, M. J. (1991). *Azar y probabilidad: fundamentos didácticos y propuestas curriculares.* Madrid: Editorial Síntesis.
- H., P. (1983). Invención matemática. *Lecturas universitarias: Antología de Matemáticas*, 8, 105-116.
- Hambree, R. (1990). The nature, effects, and relief of mathematics anxiety. *Journal for research in mathematics education*, 21(1), 33-46.

- Heinrich, S., & Kupers, R. (2019). Complexity as a Big Idea for Secondary Education: Evaluating a Complex Systems Curriculum. *Systems Research and Behavioral Science*.
- Hernández, D. M. (1999). *Una propuesta para la enseñanza de la geometría fractal en el bachillerato*. Tesis para obtener el grado en docencia de las matemáticas, Universidad Autónoma de Querétaro.
- Hitt, F., & Quiroz-Rivera, S. (2017). Aprendizaje de la modelación matemática en un medio sociocultural. *Revista colombiana de educación*, (73), 153-177.
- Kline, M. (1977). *El fracaso de la matemática moderna: ¿por qué Juanito no sabe sumar?* México: Siglo XXI Editores.
- Koko, S., Eronen, L., & Sormunen, K. (2012). Crafting Maths: Exploring Mathematics Learning through Crafts. *Design and Technology Education: An International Journal*.
- Langille, M. (1996). *Studying student's sense making of fractal geometry*. Tesis para obtener el grado de maestro en ciencia, Simon Fraser University.
- Lester, F. K. & William, D. (2002). On the purpose of mathematics education research: Making productive contributions to policy and practice. En *Handbook of International Research in Mathematics Education* (págs. 489-506). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. Inc.
- Mandelbrot, B. (1967). How long is the coast of Britain? Statistical self similarity and fractional dimension. *Science*, 636-638.
- Mandelbrot, B. (1996). Del azar benigno al azar salvaje. *Investigación y ciencia*, 14-20. Obtenido de https://zubietxe.org/wp-content/uploads/2013/12/NIYC1296_014.pdf
- Mandelbrot, B. (2014). *El fractalista: memorias de un científico inconformista*. Tusquets.
- Peitgen, H., Jürgens, H., & Saupe, D. (2012). *Fractals for the classroom: part two: complex systems and mandelbrot set*. Springer Science & Business Media.
- Peitgen, H., Jürgens, H., & Saupe, D. (2013). *Fractals for the classroom: part one: introduction to fractals and chaos*. Springer Science and Business Media.
- Peña, J. A. (Ed.). (2002). *Algunos problemas de la educación en matemáticas en México*. México: Siglo XXI.
- Perelman, Y. (1969). *Álgebra Recreativa*. (E. MIR, Ed.)
- Rossmann, A. J. (2008). Reasoning about informal statistical inference: One statistician's view. *Statistics Education Research*, 7(2), 5-19.

- Rossmann, A. J., & Chance, B. L. (2011). *Workshop statistics: discovery with data*. John Wiley & Sons.
- (2012). *Science in the 21st Century*. Journal of the American Academy of Arts & Sciences.
- Seguí, M. L. (2000). *Combinatoria*. Cuadernos de Olimpiadas: Instituto de Matemáticas, UNAM.
- SEMS a. (2024). *El Programa Aula, Escuela y Comunidad*. Obtenido de [https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Programa%20Aula,%20Escuela%20y%20Comunidad_\(Documento\).pdf](https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Programa%20Aula,%20Escuela%20y%20Comunidad_(Documento).pdf)
- SEMS b. (2024). *La evaluación formativa en el MCCEMS*. Obtenido de https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Evaluacion_formativa%20en%20el%20MCCEMS.pdf
- SEMS c. (2023). *Orientaciones Pedagógicas del Recurso Sociocognitivo de Pensamiento Matemático*. Obtenido de <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Orientaciones%20pedag%C3%83%C2%B3gicas%20-%20Pensamiento%20Matem%C3%83%C2%A1tico%20.pdf>
- SEMS d. (2023). *Programa de estudio del recurso sociocognitivo Pensamiento Matemático I*. Obtenido de <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Pensamiento%20Matem%C3%83%C2%A1tico%20I.pdf>
- SEMS e. (2023). *Programa de estudio del recurso sociocognitivo Pensamiento Matemático II*. Obtenido de <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Pensamiento%20Matem%C3%83%C2%A1tico%20II.pdf>
- SEMS f. (2023). *Programa de estudio del recurso sociocognitivo Pensamiento Matemático III*. Obtenido de <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Pensamiento%20Matem%C3%83%C2%A1tico%20III.pdf>
- SEMS g. (2023). *La Nueva Escuela Mexicana (NEM): orientaciones para padres y comunidad en general*. Obtenido de [https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/La%20Nueva%20Escuela%20Mexicana_orientaciones%20para%20padres%20y%20comunidad%20en%20general_\(Documento\).pdf](https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/La%20Nueva%20Escuela%20Mexicana_orientaciones%20para%20padres%20y%20comunidad%20en%20general_(Documento).pdf)
- SEMS-SEP. (2023). *Progresiones de Aprendizaje del Recurso Sociocognitivo Pensamiento Matemático*. México. Obtenido de <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource>

/13634/1/images/Progresiones%20de%20Aprendizaje%20-%20Pensamiento%20Matematico.pdf

- Siemon, D. (2021). Learning progressions/trajectories in mathematics: Supporting reforma at scale. *Asutralian Journal of Education*, 65(3), 227-247.
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy form a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114-145.
- Smith, C. L. (2006). Implication of Research on Children ´s Learning for Standards and Assessment: A Proposed Learning Progression for Matter and the Atomic-Molecular Theory. *Measurement: Interdisciplinary research and perspectives*.
- Stewart, J. (2018). *Single variable calculus: Concepts and contexts*. Cengage Learning.
- Taguma, M., Gabriel, F., & Meow, H. (2019). *Future of Education and Skills 2030: Curriculum analysis: A Synthesis of Research on Learning Trajectories/Progressions in Mathematics*. Obtenido de <https://www.oecd.org/education/2030/A-Synthesis-of-Research-on-Learning-Trajectories-Progressions-in-Mathematics.pdf>
- Talanquer, V. (1996). *Fractus, fracta, fractal*. Ciudad de México: Fondo de Cultura Económico.
- Tall, D. (2002). *Advanced Mathematical Thinking*. Kluwer Academic Publishers.
- West, G. (2017). *Scale: The universal laws of growth, innovation, sustainability, and the peace of life, in organisms, cities, economies, and companies*. New York : Penguin Press.
- Yoon, S., Goh, S., & Park, M. (2017). Teaching and Learning About Complex Systems in K-12 Science Education: A review of Empirical Studies 1995-2005. *Review of Educational Research*, 1-41. doi:10.3102./00346543177746090

Créditos

EL MARCO CURRICULAR COMÚN DE LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR. COMPONENTE DE FORMACIÓN FUNDAMENTAL EXTENDIDO.

Autores

Andrés Alonso Flores Marín
Coordinador de Pensamiento Matemático

Daniel Igor Arteaga Pérez
Ana luz Barrón Rangel
Guadalupe del Carmen Bocanegra Aguilar
Candelario Hernández Gómez
Damián Chávez Díaz
Eduardo Escobar Mesa
Francisco Javier Escobar Hernández
Francisco Raul Jimenez Camargo
Gabriel Gómez Martínez
Ruben Isiordia Meza
Martin Vega Gómez
Armando Miranda Najera
Osvaldo Jesús Torres Priego
Oved Palma Javier
Arelí Monserrat Pérez Jijón
Efrén Ramírez Oliva
Mildred Yasmín Reyes Norberto
Salvador Baltazar Reyes
Yuszeff Armando Salazar Morales

Asesoría técnica, académica y pedagógica

Irma Irene Bernal Soriano
Mariela Esquivel Solís
Ana Laura Soto Hernández
Liliana Isela Robles Ponce
Rodrigo Salomón Pérez Hernández
Alexis Haziél Ángeles Juárez.
José Oswaldo Teos Aguilar
Mariana Abigail Rangel Torres
María Elena Pérez Campuzano

Especialista en el área

Alejandro Javier Díaz Barriga Casales

Diseño gráfico

Rosalinda G. Moreno Zanela
Héctor R. Gómez Oliver

Se hace un especial agradecimiento a los Colegios de Estudios Científicos y Tecnológicos participantes; a la Dirección de Educación Tecnológica, Industrial y de Servicios, así como a la Dirección de Educación Tecnológica, Agropecuaria y Ciencias del Mar, por los trabajos de colaboración realizados en conjunto con la COSFAC, para la organización, creación y publicación de los programas de estudio correspondientes al componente de formación fundamental extendido del Bachillerato con Carrera Técnica del MCCEMS.

Se autoriza la reproducción total o parcial de este documento, siempre y cuando se cite la fuente y no se haga con fines de lucro.

Secretaría de Educación Pública
Subsecretaría de Educación Media Superior
Coordinación Sectorial de Fortalecimiento Académico
2024